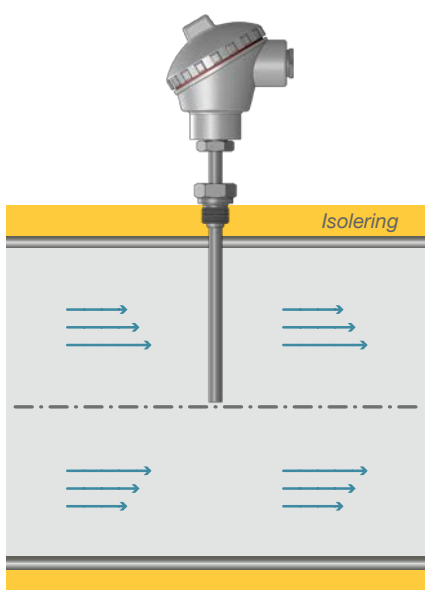




Rampning i temperaturmätning – vad vi vill mäta och vad vi faktiskt mäter

Det är tyvärr inte alltid man kan bestämma den temperatur som man egentligen vill mäta. I Figur 1 finns ett exempel på en mätinstallation, där givaren består av ett kapslat termoelement i en dykficka. Givaren skulle också kunna vara en Pt 100-givare. I röret strömmar luft, vars temperatur vi vill bestämma. Lufttemperaturen i röret kan variera med tiden, men lufthastigheten är däremot konstant. I det fall som vi kommer att diskutera i fortsättningen är lufttemperaturen i röret betydligt högre än temperaturen i rörets omgivning.



Figur 1: Mätinstallation.

Den temperatur som vi vill mäta är konstant

Vi börjar med att behandla det fall där lufttemperaturen i röret är konstant och inleder med att studera värmeflödet. Från luften i röret till dykfickan överförs värme genom påtvingad konvektion. I dykfickan och givaren transporteras värme genom värmeledning. Vid dykfickans infästning i röret sker ett värmeutbyte med rörväggen

genom värmeledning. Ett visst värmeutbyte genom värmeledning kan även ske med rörets isolering. Utanför isoleringen sker värmetransporten från kopplingshuvudet till omgivningen genom konvektion och strålning. Om lufthastigheten i omgivningen är försumbar sker den konvektiva värmetransporten genom naturlig konvektion.

I dykfickan med givaren finns i detta fall ett litet värmefflöde från luften i röret till rörets omgivning, vars temperatur är lägre än lufttemperaturen i röret. Det betyder att mätpunkten i givaren kommer att mäta en temperatur som är något lägre än den lufttemperatur som vi vill bestämma.

Givare av typen termoelement och Pt 100-givare är så kallade beröringsgivare som mäter sin egen temperatur och absolut ingenting annat. Det finns alltså i detta fall en skillnad mellan den temperatur som vi vill mäta – lufttemperaturen i röret – och den temperatur som vi i själva verket mäter – givarens temperatur. I vissa fall kan man försumma mätfelet, men det måste avgöras från fall till fall.

Den temperatur som vi vill mäta varierar med tiden

I den mätinstallation som visas i Figur 1 antar vi nu att lufttemperaturen i röret varierar med tiden. Det betyder nästan

alltid att svarstiden vid en temperaturändring i röret är av intresse. Vid diskussioner om svarstiden utgår man ofta från att den temperatur man vill mäta ändras i form av ett steg mellan två temperaturnivåer. Det är tyvärr sällan som den typen av temperaturändringar sker vid ingenjörsmässiga tillämpningar. Det vanliga är att temperaturändringen mellan två nivåer sker i form av en ramp. Vi kommer därför att titta närmare på detta fall.

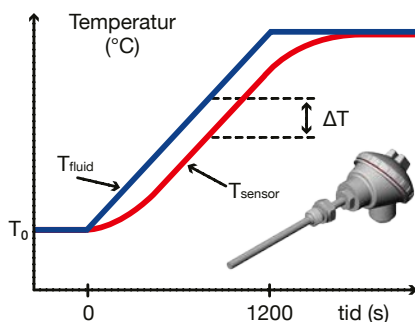
Vi utgår nu från geometrin i Figur 1 och inför följande förutsättningar. Rörets innerdiameter är 200 mm, dykfickans ytterdiameter 10 mm och dess längd inuti röret 100 mm. I röret strömmar luft och lufttemperaturen ändras med jämna mellanrum långsamt mellan två nivåer, 30 °C och 180 °C. Varje ändring tar ungefär 20 minuter. Vi förutsätter också att värmefflödet från dykfickan med givaren till omgivningen är försumbart.

I Figur 2 visas en principiell bild över temperaturen i röret och den uppmätta temperaturen som funktion av tiden. När lufttemperaturen ändras i röret mäter givaren i dykfickan lufttemperaturen med en viss eftersläpning. Efter en viss tid blir temperaturavvikelsen konstant. Eftersom värmefflödet från dykfickan till rörets omgivning är försumbart i detta fall kommer den uppmätta temperaturen att

efter en viss tid ansluta till den konstanta övre temperaturnivån. Avvikelsen mellan luftens temperatur i röret och den uppmätta temperaturen kan betraktas som ett mätfel. Det tidsberoende mätfelet i detta fall beror bland annat på rampens utseende, dykfickans och givarens geometri och fysikaliska egenskaper samt värmeövergångskoefficienten mellan luften i röret och dykfickan.

I vissa fall har vi ett värmefflöde från luften i röret till omgivningen via dykfickan och givaren. Den uppmätta temperaturen kommer då att ansluta till en något lägre temperatur än den konstanta övre temperaturnivån i rampen.

För att bestämma differensen mellan den temperatur som vi vill mäta och den temperatur som vi i själva verket mäter, kan vi beräkna temperaturfördelningen i dykfickan och givaren. Detta är ett tredimensionellt tidsberoende värmeledningsproblem. För temperaturen, T , i °C i dykfickan med givaren gäller $T = T(t, x, y, z)$, där t är tiden i sekunder, x , y och z cartesiska koordinater i meter.



Figur 2: Temperaturer som funktion av tiden.

För beräkning av temperaturfältet måste vi använda värmeledningsekvationen med tillhörande randvillkor och begynnelsevillkor. Tyvärr existerar det ingen generell analytisk lösning till detta tredimensionella tidsberoende problem, utan vi måste använda någon lämplig numerisk metod. I detta fall kan man med fördel använda Finita Element Metoden, FEM.

Om vi kan bortse från värmefflödet i axialled (z -led) i dykfickan och givaren till omgivningen kan vi förenkla problemet. Denna inskränkning betyder bland annat att vi försummar värmeutbytet med rörväggen, rörets isole-

"Det är tyvärr inte alltid man kan bestämma den temperatur som man egentligen vill mäta."

ring och rörets omgivning. Med detta antagande räcker det med att vi studerar vad som händer i ett tvärsnitt av dykfickan och givaren, vilket gör att problemet blir tvådimensionellt, $T = T(t, x, y)$, där x och y är koordinater i tvärsnittet. Detta problem är betydligt enklare än det tredimensionella problemet. Även i detta fall krävs tyvärr nästan alltid en numerisk metod för att beräkna temperaturfältet.

Om temperaturdifferensen inom tvärsnittet av dykfickan och givaren skulle vara avsevärt mindre än temperaturdifferensen mellan dykfickans yta och den strömmande luften i röret kan problemet förenklas ytterligare. Om vi försummar temperaturdifferenserna inom dykfickan och givaren gäller för temperaturen $T = T(t)$. Detta innebär att temperaturen inom dykfickan och givaren enbart beror av tiden t .

För att lösa det förenklade problemet kan man i vissa fall utnyttja den så kallade "klumpmetoden" (lumped-heat-capacity method) och man får då en första ordningens differentialekvation. I många tekniskt viktiga fall finns dessutom en analytisk lösning till detta problem.

För att avgöra om "klumpmetoden" är tillämpbar kan man använda ett dimensionslöst tal, det så kallade Biot-talet, $Bi = (\alpha L)/\lambda$, där α är värmeövergångskoefficienten i $W/(m^2K)$ mellan dykfickan och den strömmande luften i röret, L är en karakteristisk längd i meter för den aktuella geometrin och λ är värmekonduktiviteten i $W/(mK)$ i dykfickan och givaren. Om dykfickan betraktas som en lång vinkelrätt anströmmad cylinder blir den karakteristiska längden $L = D/4$, där D är dykfickans diameter i meter.

Bi-talet är i princip ett mått på förhållandet mellan temperaturdifferensen inom tvärsnittet och temperaturdifferensen mellan dykfickans yta och den strömmande luften i röret. "Klump-

metoden" kan användas om Biot-talet är litet. Vid ingenjörsmässiga tillämpningar ger metoden i regel acceptabla resultat om $Bi < 0.1$.

Ett exempel där temperaturen ändras i form av en ramp

För att bestämma storleksordningen på mätfelet bör man använda enklast möjliga metod. Det handlar i detta fall om att göra en ingenjörsmässig bedömning. Vi börjar därför med att kontrollera om "klumpmetoden" är tillämpbar.

Dykfickans ytterdiameter är 10 mm, vilket ger den karakteristiska längden $L = 0.0025$ m. Värmeövergångskoefficienten varierar längs och runt dykfickan och vi använder ett medelvärde. Med luft hastigheten 10 m/s i röret blir värmeövergångskoefficienten ungefär $95 W/(m^2K)$, om vi betraktar dykfickan som en lång vinkelrätt anströmmad cylinder. Luftens fysikaliska data varierar med temperaturen och vi bör därför använda en medeltemperatur, som i detta fall är $(30 + 180)/2 = 105$ °C. Om man antar att dykficka och givare i huvudsak består av rostfritt stål gäller $\lambda = 15 W/(mK)$.

Biot-talet blir med dessa värden 0.015 och "klumpmetoden" kan användas, eftersom $Bi < 0.1$. När man använder "klumpmetoden" för att beräkna temperatursensens ändring med tiden måste man alltid vara medveten om att metoden är approximativ och att beräkningen bygger på ett antal förutsättningar och antaganden. Det är därför mycket viktigt att komma ihåg detta när man utvärderar beräkningsresultatet.

Om vi nu antar att "klumpmetoden" gäller kan vi med de aktuella antagandena bestämma sensortemperatursensens ändring med tiden utgående från följande differentialekvation:

Forts. på nästa sida ➔

$$dT/dt + ((4\alpha)/(\rho cD))T = ((4\alpha)/(\rho cD))T_{Fluid}$$

där, ρ är dykfickans densitet i kg/m^3 och c dess specifika värmekapacitet i $(\text{Ws})/(\text{kg K})$. Såväl densiteten som den specifika värmekapaciteten varierar inom tvärsnittet av den studerade cylindern, som består av dykficka och givare. Detta gör att vi måste använda medelvärden av både densiteten och den specifika värmekapaciteten.

Lufttemperaturen i röret ändras i detta fall i form av en ramp $T_{Fluid} = T_0 + Bt$ där, T_0 är lufttemperaturen vid tiden $t = 0$ och B en koefficient som karakteriserar rampens utseende och anges i $^\circ\text{C}/\text{sekund}$. Begynnelsevillkoret som krävs för ekvationslösningen är i detta fall $T = T_0$, dvs cylindertemperaturen är lika med lufttemperaturen vid tiden $t = 0$. Vi förutsätter nu att parametrarna α , ρ , c och B kan betraktas som konstanter.

Med de införda förutsättningarna får differentialekvationen den analytiska lösningen:

$$T = T(t) = T_0 + Bt - (\rho cDB)/(4\alpha) + ((\rho cDB)/(4\alpha)) e^{-(4\alpha t)/(\rho cD)}$$

Denna lösning gäller så länge lufttemperaturen i röret ändras i form av en ramp. I detta fall gäller sambandet under tiden $0 < t < 1200$ sekunder.

De två första termerna i ekvationslösningen är rampens temperatur, det vill säga luftens temperaturändring i röret. Den sista termen i ekvationslösningen representerar det insvängningsförlopp som startar vid tiden $t = 0$. Termen innehåller uttrycket $e^{-(4\alpha t)/(\rho cD)}$, som minskar med tiden t . Det betyder att insvängningsförloppet kommer att "dö ut" efter en viss tid.

Den näst sista termen i ekvationslösningen, $(\rho cDB)/(4\alpha)$, är den konstanta avvikelserna, ΔT $^\circ\text{C}$, mellan luftens i röret temperatur och den uppmätta temperaturen, som man får när insvängningsförloppet har "dött ut"; $\Delta T = (\rho cDB)/(4\alpha)$. Se vidare Figur 2.

Utgående från uttrycket för ΔT , som representerar avvikelserna mellan lufttemperaturen i röret och den temperatur vi mäter, kan vi göra ett antal intressanta iakttagelser. För mätfelet ΔT gäller: $\Delta T = (\rho cDB)/(4\alpha)$

Om lufthastigheten i röret skulle öka kommer värmeövergångskoefficienten α $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$, att öka och det betyder att avvikelserna ΔT minskar. Vi finner också att ju snabbare lufttemperaturen i röret ändras (större B) desto större blir avvikelserna ΔT .

Avvikelsen ΔT ökar också med dykfickans ytterdiameter D , men här blir förhållandet lite mer komplicerat, eftersom en ökning av diametern D även påverkar värdet på värmeövergångskoefficienten α $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$. Om dykfickans diameter skulle öka från 10 mm till 12 mm kommer värmeövergångskoefficienten α $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$ att minska med ungefär 7 %. Sammantaget betyder det att avvikelserna ΔT ökar med närmare 22 %, när ytterdiametern ökar med 20 %.

För det aktuella fallet gäller $B = (180 - 30)/1200 = 0.125$ $^\circ\text{C}/\text{s}$ och för cylindern använder vi värden för rostfritt stål; $\rho = 7900$ kg/m^3 och $c = 480$ $(\text{Ws})/(\text{kg K})$. Med dessa värden får man $\Delta T = 13$ $^\circ\text{C}$. Insvängningsförloppet tar drygt 7 minuter. Det bör än en gång påpekas att beräkningsmetoden är approximativ och att den bygger på ett antal antaganden och förutsättningar. Resultatet ger ändå en god uppfattning om mätmetoden och dess begränsningar samt de parametrar som påverkar avvikelserna ΔT . Man skulle kunna formulera det på följande sätt: "Beräkningen är inte perfekt, men den är tillräckligt bra i ingenjörsmässiga sammanhang".

Om man önskar en noggrannare beräkning måste man studera det två- eller tredimensionella tidsberoende problemet och använda en lämplig numerisk metod.

Några kommentarer om beräkningsresultatet avseende rampmätningen

Den maximala avvikelserna mellan den lufttemperatur som vi vill mäta och den sensortemperatur som vi mäter är i detta fall ungefär 13 $^\circ\text{C}$. Detta värde är nästan 9 % av differensen mellan de båda temperaturnivåerna 30 $^\circ\text{C}$ och 180 $^\circ\text{C}$. Om det primära intresset för temperaturmätningen avser de två temperaturnivåerna i rampen kan man kanske acceptera avvikelserna $\Delta T = 13$ $^\circ\text{C}$, som endast berör den del av förloppet när temperaturen ändras mellan de två nivåerna. Om man däremot vill ha kontroll över hela

temperaturförloppet är en avvikelse på 13 $^\circ\text{C}$ knappast acceptabel.

För att minska det mätfel som alltid uppstår vid mätning med denna typ av utrustning kan man till exempel använda en dykficka med tillhörande givare som har en mindre ytterdiameter. Om dykfickans ytterdiameter är 6 mm kommer värmeövergångskoefficienten att bli ungefär 120 $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$ och Biot-talet 0.012. Vi kan därför använda "klumpmetoden". I detta fall får vi avvikelserna $\Delta T = 6$ $^\circ\text{C}$, vilket är ungefär en halvering av mätfelet när dykfickans ytterdiameter var 10 mm. Insvängningstiden blir också ungefär hälften så lång.

Man kan också installera en givare som är speciellt utformad för att ge så liten avvikelse som möjligt mellan fluidtemperatur och sensortemperatur vid dynamiska förlopp. Se Figur 3. ■



Figur 3: Exempel Pt100-givare med reducerad spets, modell 7945000.



Dan Loyd,
Professor emeritus,
Linköpings Universitet
dan.loyd@liu.se