

# Värmeöverföringens mysterier (1)

av professor Dan Loyd, LiTH  
i samarbete med Pentronic 1998-2001

**De engelska komikerna Michael Flanders och Donald Swahn har tonsatt termodynamikens lagar. En del av sången Första och andra lagen handlar om värmeöverföring.**

**Det är vad professor Dan Loyd vid Linköpings tekniska högskola är specialist på. I en serie artiklar ska han reda ut begreppen, dock utan sång.**

Det är nästan alltid omöjligt att mäta "rätt" temperatur, den som man egentligen vill veta. Problemet är det värmeflöde som enligt termodynamikens lagar alltid går från ett område med högre temperatur till ett med lägre.

Ett exempel på problemet kan betraktas i figur 1. Det föreställer ett tjockväggigt rör utan isolering. Inuti röret strömmar varm gas, utanför finns svalare luft. För att mäta gastemperaturen använder vi en temperaturgivare som placeras i rörväggens centrum. Inledningsvis antar vi att gasens och luftens temperaturer är konstanta.

Temperaturskillnaden mellan gasen och luften orsakar ett värmeflöde som leder till att rörväggen är svalare än gasen men varmare än omgivande luft. Inuti rörväggen kommer temperaturen att sjunka från insidan till utsidan.

## Kraven ökar

Temperaturgivare mäter endast sin egen temperatur. I exemplet mäter vi därför temperaturen inuti rörväggen istället för i gasen som har den "rätta" temperaturen. Mätfelet kan minskas t ex genom att placera givarens spets i rörets centrum enligt figur 2. Då går värmeflödet från gasen genom skyddsröret med givaren via rörväggen ut i luften. Den uppmätta temperaturen blir även i detta fall något lägre än gasens temperatur.

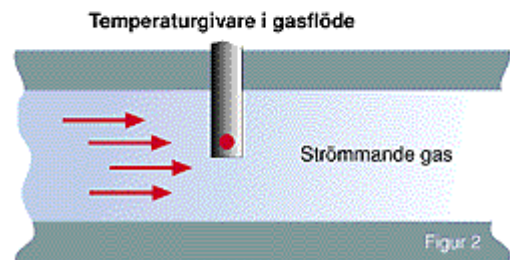
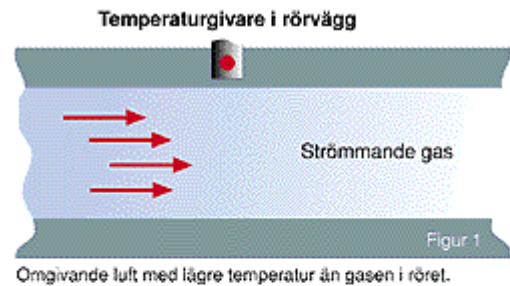
Visst kan man ibland bortse från mätfelet, men i tider av ökade kvalitetskrav, t ex ISO 9000, bör man åtminstone kunna uppskatta felets storlek. Dessutom ökar kraven på noggrannhet för nästan alla industriella mätningar. För att uppskatta och minska mätfelet krävs kunskaper om värmeöverföring. I en serie artiklar här i StoPextra ska vi behandla värmeöverföringens grunder. Alla exempel som diskuteras ska anknyta till temperaturmätning.

## Tillämpningar och problem

Värmeöverföring ingår i den termiska energitekniken, som även innefattar termodynamik och strömningslära. De tre områdena är kopplade till varandra och man kan normalt inte behandla ett av dem utan att ta hänsyn till de övriga.

Det energiutbyte som sker mellan två system på grund av temperaturskillnad kallas värme. Med ett system avses här en viss bestämd massa. Värmeutbytet leder normalt till en temperaturutjämning mellan systemen och utbytet kan ske på tre olika sätt: Värmeledning, konvektion och strålning.

I figur 1 finns exempel på värmeutbyte. Temperaturskillnaden mellan gasen i röret och luften orsakar ett värmeflöde till omgivningen. Inuti röret sker värmetransporten från den strömmande gasen till rörväggen med konvektion, i själva rörväggen med värmeledning och från rörets utsida till luften genom konvektion och strålning. I vissa fall förekommer även strålning inuti röret. Energiutbytet mellan gas och luft beror alltså på en samverkan av värmeledning, konvektion och strålning. I kommande artiklar ska vi behandla dessa faktorer var och en för sig och som avslutning ska vi diskutera några tillämpningar med betydelse för mättekniken och de problem som uppstår när man ska mäta en temperatur som varierar med tiden.



## Ta ledningen över värmeöverföringen (2)

**Värmeöverföring kan ske på tre sätt: Som värmeledning, konvektion och strålning. I praktiken förekommer minst två av sätten i ett värmeöverföringsförlopp. I vårt andra avsnitt av artikelserien om värmeöverföring ska vi titta närmare på värmeledningen.**

Värmeledning orsakas av en temperaturdifferens inom ett material och sker på mikroskopisk nivå, med atom- och molekylrörelser. Materialet kan vara en fast kropp eller en fluid, alltså vätska eller gas eller en blandning av vätska och gas.

För industriellt bruk är det lämpligt att "undvika atomerna" och välja ett makroskopiskt betraktelsesätt.

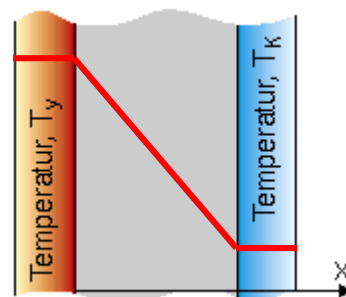
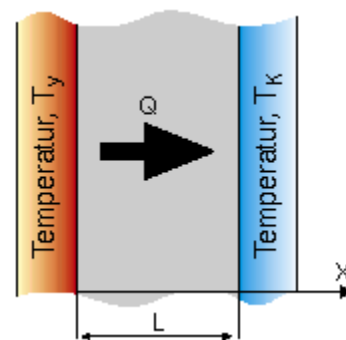
Konvektiv värmeöverföring påverkas av två fenomen; dels värmeledning i fluiden, dels rörelser hos fluiden från ett område till ett annat. Strålning är slutligen energitransport med elektromagnetiska vågor.

### Värmeledning

Låt oss betrakta ett material som befinner sig mellan två stora plattor. Den ena plattan är en värmekälla med konstant temperatur  $T_v$ , den andra plattan är kall och benämns värmesänka. Även den har konstant temperatur,  $T_k$ . Avståndet mellan de parallella plattorna är  $L$ . Värmen leds från den varma till den kalla plattan. De är mycket stora och förloppet kan betraktas som endimensionellt,  $T=T(x)$ . Sambandet som bestämmer värmeflödet per ytenhet,  $\dot{Q}/A$ , bestäms av Fouriers värmeledningsekvation (1). Koefficienten  $\lambda$  (W/m K) kallas värmeledningskoefficient, en materialstorhet som bl a beror på temperaturen. I engelskspråkig litteratur används beteckningen  $k$ . Temperaturfördelningen i materialet mellan plattorna i figur 1 kan beräknas ur sambandet (2). Temperaturvariationen visas i figur 2. Värmeledningen mellan plattorna beräknas enligt (3).

$$(1) \quad \frac{\dot{Q}}{A} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2) \quad \frac{\dot{Q}}{A} = T_v - (T_v - T_k) \frac{x}{L} \quad (3) \quad \dot{Q} = A \lambda \frac{T_v - T_k}{L}$$

Värmeledningskoefficienten varierar normalt med temperaturen. För vissa material och inom begränsade temperaturområden kan man i många fall betrakta värmeledningskoefficienten som konstant. Notera att värmeledningskoefficienten är olika hos grundämnet och dess legeringar (Se tabellen). Grundämnet aluminium har exempelvis värmeledningskoefficienten 220 W/m K men för legeringen duraluminium gäller 160 W/m K. Samma förhållande gäller för de flesta ämnen och deras legeringar, exempelvis rent järn och stål. Man kan också notera att i glasull ( $\lambda = 0.035$  W/m K) är det luften ( $\lambda = 0.025$  W/m K) och inte glasfibrerna ( $\lambda = 0.93$  W/m K) som åstadkommer det låga värdet på värmeledningskoefficienten och därmed gör glasull lämpad som isolermaterial. Förutom värmeledning i den inneslutna luften och i glasfibrerna sker en viss värmetransport genom konvektion och strålning. Konvektionens inverkan avtar starkt vid ökande packningstäthet och detta gäller även strålningen.



**Figur 1, överst.**

Värme flyter från varm till kall zon.

**Figur 2, nederst.**

Med textens förutsättningar minskar temperaturen linjärt.

### Värmeledningskoefficient för olika material

Aluminium (duraluminium)	160	W/m K
Aluminium (grundämne)	220	
Stål (0.85 % C)	45	
Järn (grundämne)	84	
Rostfritt stål (18%Cr,8%Ni)	15	
Glas (vanligt fönsterglas)	0.93	
Furu i fiberriktning	0.35	
Furu vinkelrätt fiberriktning	0.14	
Glasull (standarddensitet)	0.035	
Naturkork	0.11	
För värmeledningen i luft och vatten gäller vid normalt lufttryck och olika temperaturer:		
Luft (20°C)	0.025	W/m K
Luft (100°C)	0.032	
Luft (300°C)	0.045	
Vatten (20°C)	0.60	
Vatten (60°C)	0.66	
Vatten (100°C)	0.68	

## Känsliga öron indikerar konvektion (3)

I ett normalt värmeöverföringsproblem förekommer samtidigt alla tre mekanismerna för värmeöverföring - värmeledning, konvektion och strålning. I tidigare artiklar har vi behandlat värmeledning. Nu är det dags för konvektion, där vi människor är utrustade med väl fungerande sensorer - som finns i t ex öronen, berättar professor Dan Loyd i fortsättningen av vår artikelserie om värmeöverföring.

### Konvektiv värmeöverföring

Den konvektiva värmeöverföringen i en fluid, dvs en vätska eller gas, påverkas av två fenomen - rörelser hos fluiden från ett temperaturområde till ett annat och värmeledning i fluiden till följd av temperaturdifferenser. Det första fenomenet, som är helt dominerande, har makroskopisk karaktär och det senare är ett transportfenomen på molekylnivå.

### Naturlig konvektion

Om en uppvärmd platta befinner sig i en fluid kommer värme att överföras från plattan till den omgivande fluiden genom konvektion. Värmeöverföringen från plattan sker också genom strålning till de väggar som omger fluiden och i vissa fall även direkt till fluiden. I denna artikel diskuterar vi huvudsakligen den konvektiva värmeöverföringen och behandlar strålningen i ett kommande avsnitt.

I figur 1 värmer den varma plattan upp luften alldeles intill plattan genom värmeledning. Temperaturskillnaden i luften resulterar i en densitetsskillnad, vilket i sin tur leder till en uppåtgående luftrörelse och därmed en energitransport. Denna värmeöverföringsmekanism benämns naturlig konvektion. Fenomenet kallas också fri konvektion eller egenkonvektion. Alla benämningarna är ungefär lika vanliga. En större temperaturdifferens ger en större densitetsskillnad, vilken leder till högre strömningshastighet och därmed ett större värmeflöde.

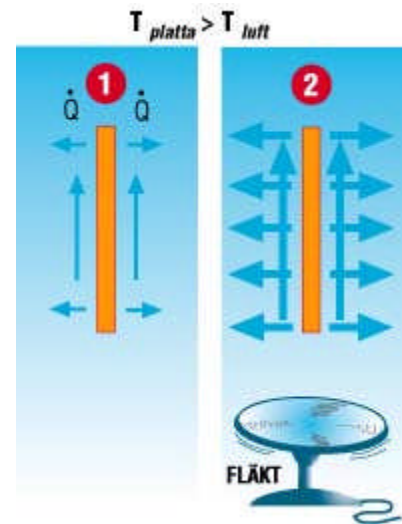
### Påtvingad konvektion

Om vi på något sätt, exempelvis med en fläkt, transporterar luften förbi plattan kallas mekanismen påtvingad konvektion, se figur 2. Värmeflödet från plattan är större vid påtvingad konvektion än vid egenkonvektion om plattans temperatur respektive fluidtemperaturen är samma i de båda fallen.

Att påtvingad konvektion ger större värmeöverföring än egenkonvektion överensstämmer med vår erfarenhet. Om vi till exempel står stilla i nollgradig luft känns det inte speciellt kallt om öronen - egenkonvektion. Här kan öronen betraktas som "kylflänsar" som sticker ut från huvudet. Om vi däremot vid samma tillfälle åker cykel med god fart känns det ganska kallt om öronen - påtvingad konvektion. Lufttemperaturen är givetvis densamma i båda fallen, men värmeflödet från öronen till luften är större i det senare fallet och detta resulterar i att vi fryser om öronen, eftersom de blir kallare.

### Vad påverkar konvektionen?

Konvektionen beror således av kroppens geometri, strömningshastigheten runt kroppen och temperaturdifferensen mellan kroppen och den omgivande fluiden. Det konvektiva värmeflödet beror även av fluidens egenskaper. Om vi håller handen stilla i luft av 15 °C och det är vindstilla, tycker vi inte att det är speciellt kallt. Stoppar vi däremot ner handen i stillastående vatten av 15 °C börjar vi snart att frysa. Fluidtemperaturen och fluidens hastighet är samma i båda fallen, men fluiderna har olika egenskaper, vilket resulterar i att värmeflödet till vatten är större än till luft.



Luften och plattorna har konstanta temperaturer. När luften sätts i rörelse, som i figur 2 av en fläkt, ökar konvektionen och därmed värmeavgivningen.

Uppdelningen i naturlig respektive påtvingad konvektion är både praktisk och enkel, men i verkligheten finns det tyvärr ingen skarp gräns. Vid exempelvis låga strömningshastigheter kan man säga att det råder både naturlig och påtvingad konvektion. Beräkningsmässigt utgör givetvis detta en svårighet.

### Värmeövergångskoefficient

För att bestämma det konvektiva värmeflödet  $Q$  från plattan i figurerna 1 och 2 kan man för praktiskt bruk använda sambandet nedan

$$\dot{Q} = A \alpha (T_{\text{platta}} - T_{\text{fluid}}) \quad [\text{W}]$$

där,  $A$  är plattans värmeöverförande area [ $\text{m}^2$ ] och  $\alpha$  (alfa) är värmeövergångskoefficienten [ $\text{W}/\text{m}^2 \text{K}$ ]. I engelskspråkig litteratur betecknas värmeövergångskoefficienten ofta med bokstaven  $h$ .  $T_{\text{platta}}$  är plattans yttemperatur och  $T_{\text{fluid}}$  är den omgivande fluidens temperatur [ $^{\circ}\text{C}$ ]. Båda temperaturerna förutsätts här vara konstanta, vilket tyvärr sällan är uppfyllt i verkligheten. Normalt använder man därför medelvärden för temperaturerna och för värmeövergångs-koefficienten. Man bör speciellt notera att  $\alpha$  inte är en konstant.

## Lättare att mäta i vatten än luft (4)

Det är 300 gånger lättare att mäta i vatten än i luft. Det är dessutom oerhört mycket lättare att värma upp en tunn pinne än en tjock. Elementärt, kan det tyckas, men hur räknar man ut det, och hur påverkar det mätningen? Professor Dan Loyd fortsätter att upplysa oss om olika värmeledningsfenomen och inleder med följande exempel.

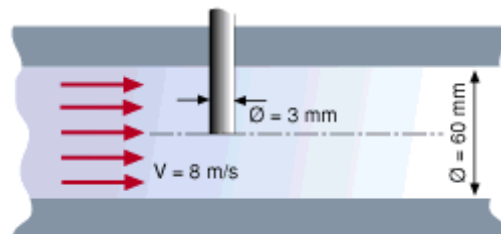


Fig 1. Vinkelrätt monterad givare i rörbundet flöde

Det kapslade termoelementet i figur 1 används för att mäta lufttemperaturen i ett rör med innerdiametern 60 mm. Luften har medelhastigheten 8 m/s och temperaturen 50 °C. Termoelementet har ytterdiametern 3 mm och spetsen befinner sig i rörets centrum. För att kunna beräkna termoelementets svarstid behöver man bland annat bestämma värmeflödet till termoelementet.

Det konvektiva värmeutbytet,  $\dot{Q}$  [W], mellan termoelementet och luften kan enligt förra avsnittet bestämmas ur ekvationen:

$$\dot{Q} = A \alpha (T_{\text{VÄGG}} - T_{\text{FLUID}}) \quad (1)$$

där  $\alpha$  är värmeövergångskoefficienten [W/m<sup>2</sup>K], som inte är någon konstant. Värdet beror bland annat av den aktuella geometrin, väggtemperaturen, fluidtemperaturen, fluidens egenskaper och fluidens hastighet. Både medelvärdet och värdet i en viss punkt är av intresse. Värdet på  $\alpha$  kan uppskattas ur matematiska samband, vilka grundar sig på både experimentella och teoretiska metoder.

Vi betraktar nu termoelementet som ett långt rör med diametern 3 mm. Vi antar vidare att såväl temperaturen som lufthastigheten i röret är konstanta. Normalt varierar dock båda över rörtvärsnittet och dessutom kan värmeutbyte förekomma mellan termoelementet och väggen vilket försummas.

Om vi använder sambanden nedan finner vi  $\alpha = 160$  W/m<sup>2</sup>K för hastigheten 8 m/s och givare  $\varnothing$  3 mm. Byter vi ut luften mot vatten får man  $\alpha = 47\,000$  W/m<sup>2</sup>K. Värmeövergångskoefficientens värde för lufthastigheten 4-16 m/s och givardiametrarna 2, 3 och 4 mm framgår av figur 2. Ju högre värde vi har på  $\alpha$  desto lättare är det att föra över värme mellan fluiden och termoelementet.

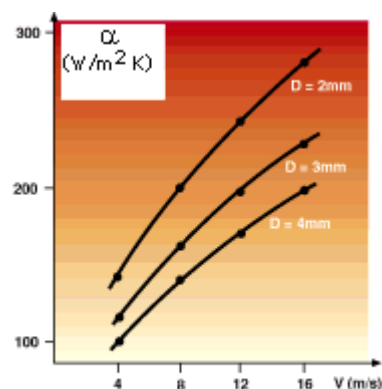


Fig 2. Värmeövergångskoefficienten  $\alpha$  som funktion av flödes hastigheten  $V$  för olika givarspetsdiametrar  $D$ .

## Värmeövergångskoefficienter

Sambanden ur vilka man beräknar  $\alpha$  innehåller en dimensionslös värmeövergångskoefficient - Nusselts tal,  $Nu$ .

$$Nu = \alpha L / \lambda \text{ som ger } \alpha = \lambda Nu / L \quad (2)$$

$L$  är en för det aktuella värmeproblemet karakteristisk längd [m]. Det matematiska uttrycket för Nusselts tal och den karakteristiska längden är kopplade till en viss geometri. Vid exempelvis ett rör med cylindriskt tvärsnitt, som anströmmas vinkelrätt axeln, använder man ytterdiametern som karakteristisk längd. Se figur 1.  $\lambda$  är fluidens värmekonduktivitet [W/m K].

För påtvingad konvektion kan man visa att  $Nu$  beror av två andra dimensionslösa tal, Reynolds tal,  $Re$ , och Prandtl's tal,  $Pr$



$$Re = \rho UL / \mu \quad (3), \quad Pr = \mu c_p / \lambda \quad (4)$$

där, U är en karakteristisk hastighet [m/s], som bestäms utgående från den geometri som studeras,  $\rho$  är fluidens densitet [kg/m<sup>3</sup>],  $\mu$  är (dynamiska) viskositeten [kg/m s] och  $c_p$  är specifika värmekapaciteten [Ws/kgK]. Medelvärde av Nusselts tal har därför det principiella utseendet

$$Nu = f(Re, Pr) \quad (5)$$

där f är en funktion, som är kopplad till en viss geometri. För att beräkna värmeövergångskoefficienten kan man här använda följande uttryck för Nusselts tal, som gäller för både gaser och vätskor. Andra uttryck finns i litteraturen.

$$Nu = 0.43 + C Pr^{0,33} Re^m \quad (6)$$

Den karakteristiska hastigheten U [m/s], som ingår i Reynolds tal är i detta fall anströmningshastigheten och den karakteristiska längden L [m], som ingår i både Nusselts tal och Reynolds tal är givardiametern; se vidare figur 1. Konstanterna C och m väljs enligt nedan

<b>Reynolds tal</b>	<b>C</b>	<b>m</b>
1 - 4 000	0,53	0,50
4 000 - 40 000	0,193	0,618
40 000 - 400 000	0,0265	0,805

### **Beräkningsgång**

Värmeövergångskoefficienten mellan luften och termoelementet i figur 1 beräknas på följande sätt. Ur en värmeteknisk tabell finner man att viskositeten hos luft av 50 °C är  $19,5 \cdot 10^{-6}$  kg/m s, värmekonduktiviteten 0,0273 W/mK, densiteten 1,08 kg/m<sup>3</sup>, specifika värmekapaciteten 1010 Ws/kg K och Prandtl's tal,  $Pr = 0,72$ .

Pr kan också beräknas ur sambandet (4). Reynolds tal, Re, blir enligt (3) 1330 för hastigheten 8 m/s och givardiametern 3 mm.

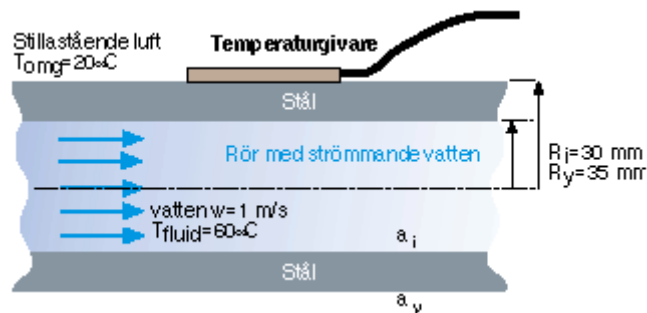
Man kan nu bestämma koefficienterna C och m i sambandet (6),  $C = 0,53$  och  $m = 0,50$ . (6) ger  $Nu = 17,8$ . Värmeövergångskoefficienten bestäms ur (2),  $\alpha = 160$  W/m<sup>2</sup>K.

## Räkna på mätfelet

### Konvektiv värmeöverföring (5)

Det är vanligt att mäta utanpå rör för att ta reda på innehållets temperatur. Självklart uppstår mätfel med metoden och plaströr ger större mätfel än stålrör. Ändras fluiden från vätska till gas kan mätfelet öka dramatiskt. Viktigt är också att omgivningen inte "drar ut" för mycket värme ur röret. Lugn luftatmosfär är idealisk medan rör omgivna av strömmande vätska kan ge avsevärda mätfel. Professor Dan Loyd fortsätter att kommentera värmeöverföringen och diskutera mätfel.

Tidigare har vi visat att vattnet i ett rör överför värme bäst till en tunn givare som är instucken i röret. Om detta är omöjligt att göra kan man mäta vattentemperaturen genom att placera givaren utanpå röret. Eftersom mätningen då sker på fel ställe får man ett mätfel. Vi ska nu uppskatta mätfelets storlek i ett exempel med rörbundet vattenflöde. Förutsättningarna framgår av figuren.



För att kunna bestämma mätfelets storlek måste man känna till värmeflödet från vattnet till omgivande luft. Värmeflödet beror av värmeövergångskoefficienterna inuti och utanpå röret och härrör sig från påtvingad respektive naturlig konvektion. Värmeflödet påverkas också av rörets tjocklek och materialet i röret.

### Värmeflöden

Det 60-gradiga vattnet värmer upp rörväggen på insidan, värme leds genom rörväggen och röret värmer i sin tur omgivande luft via utsidan. Värmeövergångskoefficienterna är  $\alpha_i$  resp  $\alpha_y$ . Stålrörets värmekonduktivitet  $\lambda_{\text{stål}}$  påverkar också överförd värme liksom de geometriska förhållandena enligt figuren. Fysikaliska data för luft, vatten och stål framgår av tabell.

Värmeflödet per meter rör,  $\dot{Q}$  (W/m), från vattnet till den omgivande luften kan beskrivas av sambandet:

$$\dot{Q} = \frac{2 \pi R_y (T_{\text{fluid}} - T_{\text{omg}})}{\frac{R_y}{R_i \alpha_i} + \frac{R_y \ln(R_y/R_i)}{\lambda_{\text{stål}}} + \frac{1}{\alpha_y}}$$

Beräkningar som diskuteras senare i artikelserien ger  $\alpha_i = 5100 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$  resp  $\alpha_y = 6,4 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ . Dessa värden stämmer med tidigare iakttagelser att strömmande vatten för över värme bra medan stillastående luft nästan kan betraktas som en isolator. Med insatta värden fås

$$\dot{Q} = 56,2 \text{ W/m.}$$

### Mätfelet

Temperaturen på rörets utsida kan nu bestämmas ur sambandet:

$$\dot{Q} = 2 \pi R_y \alpha_y (T_{\text{rör,y}} - T_{\text{omg}})$$

## Tabellvärden

Benämning	Parameter		Material		Stål
	Sort	Beteckning	Luft (20 °C)	Vatten (60 °C)	
Värmeledning	W/m°C	l	0,0254	0,659	48
Densitet	kg/m <sup>3</sup>	r	1,19	983	7800
Dynamisk viskositet	kg/m s	m	18,1 10 <sup>-6</sup>	469 10 <sup>-6</sup>	-
Spec. värmekapacitet	Ws/kg °C	c <sub>p</sub>	1005	4180	460

$T_{rör,y}$  blir 59,9°C, d v s mätfelet blir 0,1°C. Om rörväggen är av plast blir mätfelet 3,0°C. Om vi tar hänsyn till strålningen från rörets utsida till omgivningen ökar värmeflödet och därmed mätfelet, som nu blir 0,2°C för stålroret och 5,6°C för plaströret. Inverkan av strålningen behandlas i en senare artikel.

Vid beräkning av värmeövergångskoefficienterna  $a_i$  och  $a_y$  måste man göra antaganden om väggtemperaturen. Med de beräknade temperaturerna kan man om det är nödvändigt bestämma nya  $\alpha_i$  och  $\alpha_y$  samt upprepa beräkningarna.

Givaren på röret påverkar värmeflödet men beräkningarna ovan ger ändå en god uppfattning om mätfelets storlek.



# Uppskatta mätfelet

## Konvektiv värmeöverföring (6)

**Temperaturen hos det strömmande innehållet i ett rör måste ibland bestämmas med en temperaturgivare på rørets utsida. Metoden är enkel, men den kan tyvärr i vissa fall ge mycket stora mätfel. Värmeövergången på rørets in- och utsida är av stor betydelse för mätfelets storlek och vi kommer därför att se lite närmare på inverkan av fluidtyp och fluidhastighet.**

Vi studerar samma rör (figur 1) som i den förra artikeln (StoPextra 3/99). Fluiden inuti røret kommer i vårt fall att vara vatten eller luft. Temperaturen på rørets utsida kan bestämmas ur det samband som man erhåller genom att kombinera ekvationerna (1) och (2) i den förra artikeln. I sambandet ingår bland annat värmeövergångskoefficienterna på rørets in- och utsida,  $\alpha_i$  respektive  $\alpha_y$ .

### Mätfelets storlek

I figur 2 visas mätfelets storlek för olika vattenhastigheter i røret. I samma figur visas även hur  $\alpha_i$  varierar med hastigheten. På rørets utsida råder egenkonvektion med  $\alpha_y = 6.4 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ . Inverkan av strålningen på rørets utsida har försumrats. I Figur 3 visas motsvarande samband för luft. I detta fall blir mätfelet orimligt stort.

### Påtvungad konvektion inuti

För att beräkna värmeövergångskoefficienten  $\alpha_i$  mellan fluiden i røret och rørvæggen kan man för påtvungad konvektion och turbulent strömning använda följande samband:

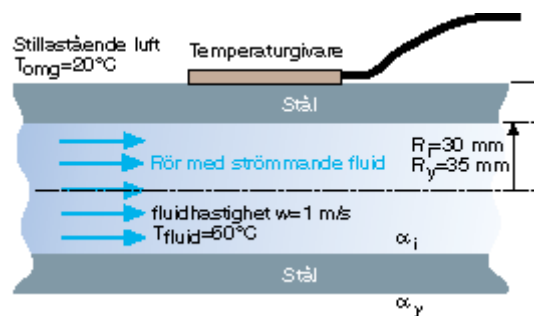
$$Nu = \alpha_i 2R_i / \lambda = 0.027 Re^{0.8} Pr^{0.33} ;$$

$$Re > Re_{kr} \quad (1)$$

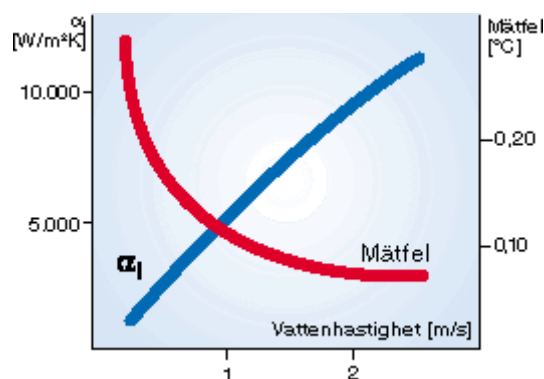
$$Re = w 2R_i \rho / \mu \quad Pr = \mu c_p / \lambda \quad (2)$$

$Re_{kr}$  är det kritiska Reynolds tal, som kan användas för att avgöra om strömningen är laminär ( $Re < Re_{kr}$ ) eller turbulent ( $Re > Re_{kr}$ ). Vid strömning inuti rör med cirkulärt tvärsnitt ligger  $Re_{kr}$  inom intervallet  $2000 < Re_{kr} < 30000$ . I brist på bättre kan man använda  $Re_{kr} \approx 2300$  som en "tumregel". För de sällsynta mättekniska tillämpningar, där strömningen inuti røret är laminär, kan uttryck för  $Nu$  hämtas i litteraturen.

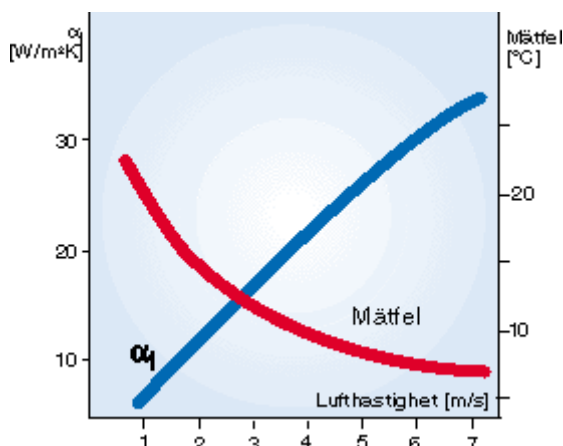
För røret i figur 1 och vattnets medelhastighet 1 m/s finner man  $Re = 1,26 \cdot 10^5 > 2300$ ,  $Nu = 466$  därmed är  $\alpha_i = 5120 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ . Inverkan av vattenhastigheten framgår av figur 2. Vad som händer om vattnet inuti røret byts mot luft visas i figur 3. Vid 1 m/s blir  $\alpha_i = 7.1 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ .



Figur 1. Förutsättningar.



Figur 2. Mätfelet med strömmande vatten är acceptabelt.



Figur 3. Mätfelet med strömmande luft blir orimligt stort.

### Naturlig konvektion utanpå

För att beräkna värmeövergångskoefficienten mellan röret och den stillastående omgivande fluiden kan man för naturlig konvektion använda följande samband:

$$Nu = \alpha 2R_y / \lambda = 0.43 (Gr Pr)^{0.25} ; Gr Pr \leq 10^9 \quad (3)$$

$$Gr = g \beta (T_{rör,y} - T_{omg}) (2R_y)^3 \rho_2 / \mu_2 \quad (4)$$

För gaser kan man utnyttja  $\beta = 1/T_{omg}$  där  $T_{omg}$  är omgivningstemperaturen [K].

För exemplet i figur 1 och  $\beta = 1/293$  finner man  $Gr = 1,55 \cdot 10^6$ ,  $Nu = 14,0$  och därmed  $\alpha_y = 6,4 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ .

<b>Parametersammanställning</b>				
<b>Benämning</b>	<b>Sort</b>	<b>Beteckning</b>	<b>Vatten (60 °C)</b>	<b>Luft (40 °C)</b>
Värmekonduktivitet	W/m°C	$\lambda$ (lambda)	0,659	0,0267
Densitet	kg/m <sup>3</sup>	$\rho$ (ro)	983	1,11
Dynamisk viskositet	kg/m s	$\mu$ (my)	$469 \cdot 10^{-6}$	$19,1 \cdot 10^{-6}$
Spec. värmekapacitet	Ws/kg °C	cp	4180	1010
Prandtl's tal	--	Pr	2,99	0,72

# Strålning vid rumstemperatur?

## Strålning (7)

**Att strålningsvärme förekommer vid hög temperatur, t ex vid braseldning, är uppenbart för alla. Men hur ligger det till vid rumstemperatur och lägre? Professor Dan Loyd förklarar.**

Vid temperaturmätning måste man alltid tänka på att värmeflödet beror av ledning, konvektion och strålning. Att strålningen inverkar på värmeflödet vid höga temperaturer är uppenbart. Det är dock inte lika uppenbart att strålningen har stor betydelse även i rums-temperaturområdet. För en vanlig vattenradiator gäller exempelvis att värmeflödet till rummet består av ungefär hälften strålning och hälften konvektion. I den här artikeln kommer vi att diskutera inverkan av strålning på temperaturmätning vid rumstemperatur.

### Mätning av lufttemperatur - ett exempel

Vid mätning av lufttemperaturen i ett rum kan strålningen i vissa fall ge ett avsevärt mätfel. Uppvärmningen av rummet antas ske med hjälp av varmluft, vars temperatur är 22 °C. Rummet förutsätts vara dåligt isolerat och temperaturen på väggar, tak och golv är därför 15°C. Mitt i rummet hänger en temperaturgivare, men i övrigt är rummet tomt.

Mellan temperaturgivaren och väggarna sker ett värmeutbyte genom strålning. Värmeflödet från givaren till väggarna gör att givarens temperatur sjunker under rumsluftens temperatur. Givaren tillförs nu värme från luften genom konvektion. Temperaturen hos givaren ställer in sig så att värmeflödet genom strålning från givaren till väggarna,  $\dot{Q}_{str}$ , blir lika med det konvektiva värmeflödet,  $\dot{Q}_{konv}$  från luften till givaren

$$\dot{Q}_{str} = \dot{Q}_{konv}$$

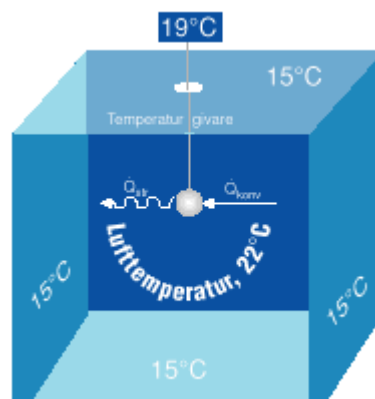
Givaren visar en temperatur som är lägre än lufttemperaturen, men högre än väggtemperaturen. Hur stort mätfelet blir beror bland annat av väggarnas och luftens temperatur, värmeövergångskoefficienten mellan luft och givare samt väggarnas och givarens strålningsegenskaper.

### Värmeutbyte mellan två kroppar genom strålning

För den energi per tidsenhet,  $\dot{E}$  (W), som emitteras från ideal svart kropp med arean A (m<sup>2</sup>) och temperaturen T (kelvin, K) gäller enligt Stefan-Boltzmanns lag

$$\dot{E} = \sigma A T^4$$

där  $\sigma$  är Stefan-Boltzmanns konstant,  $5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ . För verkliga kroppar reduceras energiflödet med det dimensionslösa emissionsförhållandet,  $\epsilon$ . Några ungefärliga värden på  $\epsilon$  vid rumstemperatur ges i tabellen nedan:



På grund av strålningsförluster till de kalla väggarna visar temperaturgivaren lägre temperatur än den omgivande luftens.

Typ av yta	Emissionsförhållande, $\epsilon$
Polerad aluminium	0.1
Polerat stål	0.1 - 0.2
Rostigt stål	0.7
Trä	0.9
Lackerad metall	0.90 - 0.95

Om två kroppar med temperaturerna  $T_1$  och  $T_2$  ( $T_1 > T_2$ ) utsätts för varandras strålning kan värmeflödet från kroppen 1 till kroppen 2 skrivas

$$\dot{Q}_{12} = \epsilon_{12} \sigma A_1 [(T_1)^4 - (T_2)^4]$$

där,  $\epsilon_{12}$  är den resulterande emissionskoefficienten som bland annat beror av den aktuella geometrin och kropparnas emissionsförhållanden,  $\epsilon_1$  respektive  $\epsilon_2$ . För det fall kroppen 2 helt omges av kroppen 1 gäller följande uttryck för  $\epsilon_{12}$

$$\epsilon_{12} = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{A_1}{A_2} \left( \frac{1}{\epsilon_2} - 1 \right)}$$

I litteraturen finns för ett antal andra standardfall samt anvisningar för hur strålningen kan beräknas i övriga fall.

### Mätexemplet ovan i siffror

Rummet antas ha storleken 3 m x 4 m x 2.4 m och för givarens yta antas  $\epsilon_1 = 0.8$  och för väggytan  $\epsilon_2 = 0.9$ . Vid beräkning av resulterande emissionsförhållandet  $\epsilon_{12}$  finner man att det bestäms helt av  $\epsilon_1$ , eftersom givarens area  $A_1$  är mycket liten i förhållande till väggarean  $A_2$ ;  $\epsilon_{12} = \epsilon_1$ . För det konvektiva värmeflödet från luften till givaren gäller

$$\dot{Q}_{konv} = \alpha A_1 (T_{luft} - T_1)$$

Om vi antar att det råder egenkonvektion blir  $\alpha = 5.5 \text{ W/m}^2\text{K}$ . Med  $\dot{Q}_{str} = \dot{Q}_{12}$  och  $T_2 = 288 \text{ K}$  finner man nu  $T_1 = 292 \text{ K}$ . Temperaturgivaren visar i detta fall en temperatur som ligger  $3^\circ\text{C}$  under rumsluftens temperatur,  $22^\circ\text{C}$ . Det finns alltså all anledning att kontrollera eventuell inverkan av strålningen, när man mäter i rumstemperaturområdet.

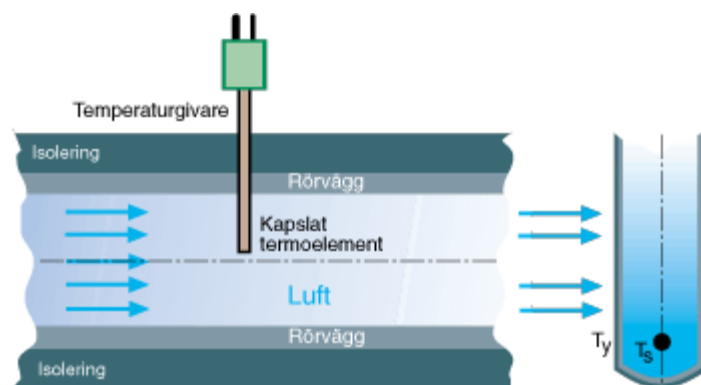
## Dynamiska mätfel (8)

Alla mättekniker vet hur svårt det är att mäta den temperatur som man egentligen vill mäta. Detta gäller speciellt när temperaturen varierar med tiden. Huvudorsaken är att en sensor endast mäter sin egen temperatur och det är vanligen inte sensortemperaturen, som man är intresserad av. Lite drastiskt uttryckt kan man säga: Det enda du kan vara helt övertygad om, är att du mäter fel.

I de tidigare artiklarna har vi därför dels diskuterat orsaken till varför vi mäter fel dels gjort uppskattningar av mätfelets storlek. En typ av fel - dynamiska fel - uppstår när den temperatur som man skall mäta varierar med tiden.

### Dynamiska mätfel - när och varför?

För att exemplifiera det dynamiska felet betraktar vi ett mycket välisolerat rör med strömmande luft, vars temperatur mäts med ett kapslat termoelement; Figur 1. Om lufttemperaturen är konstant såväl i tiden som i rummet och om vi bortser från värmeutbytet mellan kapsel och vägg mäter termoelementet den önskade lufttemperaturen, så snart insvängningsförloppet är avslutat. Vi återkommer senare till frågan om hur länge insvängningsförloppet kan pågå.

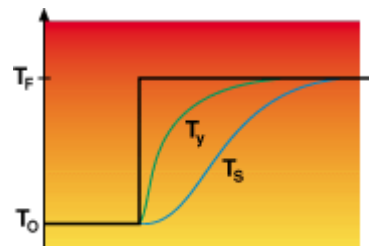


Figur 1. Kapslat termoelement för mätning av temperaturen i ett rör med strömmande luft, vars temperatur ökar momentant från  $T_0$  till  $T_F$ .

Om lufttemperaturen ökar, uppstår ett värmefflöde till det kapslade termoelementet, vilket innebär att termoelementets temperatur ökar. Här uppstår emellertid en eftersläpning i mätpunktens (sensorns) temperatur. En orsak är att värmefflödet mellan luft och termoelement begränsas av värmeövergångskoefficienten. Om vi - helt orealistiskt - antar att värmeövergångskoefficienten mellan luft och termoelement är oändligt stor, så blir kapselns yttemperatur lika med lufttemperaturen. Ju större värmeövergångskoefficienten är desto mindre blir temperaturdifferensen mellan luften och  $T_y$ . Om det skulle strömma vatten i röret blir värmeövergångskoefficienten större än om det strömmar luft och därmed blir mätfelet mindre.

En annan anledning till eftersläpningen är att värme skall ledas från kapselns yta och värma upp materialet inuti det kapslade termoelementet. Det principiella temperaturförloppet framgår av Figur 2. I detta fall antar vi att lufttemperaturen ändras i form av en stegfunktion. Andra ökningsförlopp ger i princip samma typ av eftersläpning.

Eftersom vi försummar värmeutbytet mellan termoelement och rörvägg, så mäter sensorn lufttemperaturen efter insvängningsförloppet. Hur fort temperaturändringen sker beror bland annat av värmeövergångskoefficienten mellan luft och termoelement, aktuell geometri och egenskaperna hos de material som ingår i det kapslade termoelementet. Man kan speciellt notera den temperaturskillnad som finns mellan termoelementets yta och dess centrum (mätpunktens läge) under insvängningsförloppet.



Figur 2. Principiellt temperaturförlopp vid en momentan ändring av lufttemperaturen från  $T_0$  till  $T_F$ .

## Dynamiska mätfel (9)

I den förra artikeln om dynamiska mätfel (StoPextra 6/99) diskuterade vi de mätfel som kan uppstå, när kapslade termoelement används för att mäta temperaturer som varierar med tiden. Vi skall nu uppskatta trögheten hos kapslade termoelement, införa begreppet tidskonstant och visa hur man kan beräkna mätfelets variation med tiden.

### Förutsättningar

Inledningsvis studerar vi samma mätsituation som i den förra artikeln; se figur 1. Den strömmande luftens temperatur är från början  $T_0$  (°C). Vi antar att lufttemperaturen är konstant tvärs röret och vi bortser från värmeutbytet mellan termoelementet och rörväggen.

### Uppskattning av termoelementets tröghet

Temperaturvariationen inom olika delar av ett kapslat termoelement är vanligen liten och i många fall kan man bortse ifrån den. Se vidare föregående artikel i StoPextra 6/99, där denna typ av fel diskuteras. Även om felet är litet bör man ändå om möjligt ansluta lödstället (sensorn) till kapseln för att minimera det fel som uppstår inom själva termoelementet. I många fall vill man dock undvika en elektriskt ledande förbindelse mellan lödställe och kapsel. En sådan konstruktion innebär emellertid att man måste acceptera denna typ av "interna" fel.

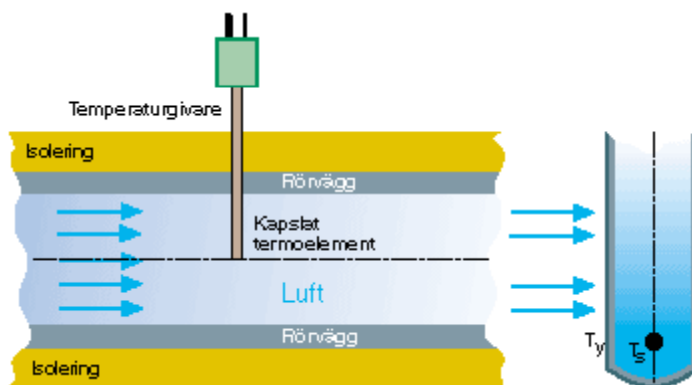
Vi antar nu att temperaturvariationen inom kapseln är liten. Denna förutsättning tillsammans med tidigare antaganden innebär att termoelementets temperatur kan beräknas med hjälp av differentialekvationen (3) nedan. Den tid det tar för termoelementet att uppnå 63% av temperaturdifferensen ( $T_F - T_0$ ) är ett mått - en tidskonstant - som kan användas för att bedöma termoelementets tröghet. För tidskonstanten,  $\tau$ (s), gäller i detta fall

$$\tau = C_p \rho V / \alpha A \quad (1)$$

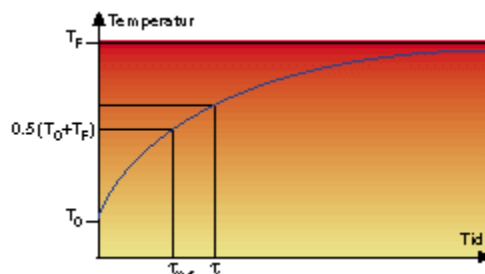
där,  $V$  ( $m^3$ ) är termoelementets volym och  $A$  ( $m^2$ ) termoelementets area. Termoelementet har ytterdiametern  $D$  (m), densiteten  $\rho$  ( $kg/m^3$ ) och specifika värmekapaciteten  $c_p$  ( $Ws/kg K$ ). Värmeövergångskoefficienten mellan luft och termoelement är  $\alpha$  ( $W/m^2 K$ ). Om man vid areaberäkningen försummar termoelementets ändyta innebär detta att termoelementets längd saknar betydelse. Med denna förutsättning blir uttrycket för tidskonstanten

$$\tau = C_p \rho D / 4 \alpha \quad (2)$$

Den tid det tar för termoelementet att uppnå halva temperaturdifferensen,  $0.5 (T_F - T_0)$ , benämns  $\tau_{0.5}$ . För en momentan temperaturändring i fluiden från  $T_0$  till  $T_F$  gäller  $\tau_{0.5} = \tau \ln 2$ . Se vidare figur 2.



Figur 1. Kapslat termoelement för mätning av temperaturen i ett rör med strömmande luft, vars temperatur ökar momentant från  $T_0$  till  $T_F$ .



Figur 2. Principiellt temperaturförlopp vid momentan temperaturändring från  $T_0$  till  $T_F$ .



I tabellen nedan visas tidskonstantens värde för några olika kapseldiametrar, strömningshastigheter och kapselmateriäl. Termoelementet är dels homogent, dels rörformat med vägg tjockleken 0.3 mm. I det senare fallet måste uttrycket (1) användas för att beräkna volymen och vi beaktar endast kapselväggen vid beräkning av tidskonstanten. För beräkning av värmeövergångskoefficienten,  $\alpha$ , har sambanden i StoPextra 6/98 använts och de fysikaliska storheterna har bestämts vid temperaturen 50 °C.

Tidskonstanten är en väsentlig parameter, när man skall bedöma hur snabba förlopp man kan mäta med ett visst kapslat termoelement. Av tabellen framgår att tidskonstanten bland annat beror av materialet, termoelementets ytterdiameter och strömningshastigheten i röret. Vidare inverkar termoelementets konstruktion.

### Mätfelets variation i tiden

Med de aktuella förutsättningarna kan det tidsberoende förloppet beräknas med hjälp av differentialekvationen (3) nedan.  $T(t)$  är termoelementets tidsberoende temperatur (°C) och  $t$  tiden (s).

$$c_p \rho V \frac{dT}{dt} + \alpha A(T - T_F) = 0 \quad (3)$$

Fluidtemperaturen  $T_F$  kan variera med tiden,  $T_F(t)$ .

Geometri	D(m)	Hastighet (m/s)	$\alpha$ (W/m <sup>2</sup> K)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$c_p$ (Ws/kgK)	$\tau$ (s)
Aluminiumstav	0.003	4	110	2800	930	18
Stålstav	0.002	4	140	7800	460	13
	0.003	4	110	7800	460	24
	0.004	4	95	7800	460	38
Stålrör, vägg tjocklek 0,3 mm	0.003	4	110	7800	460	9
	0.003	8	155	7800	460	6

## Varför mäter jag fel temperatur? (10)

Man hör ofta påståenden av typen: "Det är väl ingen konst att mäta temperatur. Det fel som eventuellt uppstår är dessutom helt försumbart". Den dystra sanningen är tyvärr helt annorlunda. Skillnaden mellan den temperatur som man mäter och den temperatur som man vill mäta kan i många fall vara avsevärd.

Det är mycket viktigt att förstå varför det kan bli fel, när man mäter. När man väl har förstått varför det uppstår ett mätfel har man goda möjligheter att vidta åtgärder som minskar felet. Det är också viktigt att kunna uppskatta det mätfel som uppstår trots alla åtgärder.

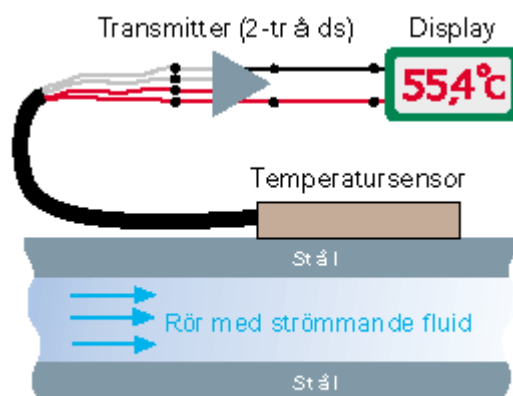
I de nio artiklarna om värmeöverföring för mättekniker har vi nu diskuterat frågan om varför det kan bli fel, när man mäter temperatur. I artiklarna finns det också beräkningsunderlag som kan användas för att uppskatta mätfelets storlek. Det är nu dags att runda av artikelserien och göra en summering. Vi skall också kommentera några böcker om värmeöverföring.

### Konsten att leta felkällor

Man kan i princip dela upp felkällorna i två grupper. Den ena gruppen består av sådana fel som uppstår i signalöverföringen mellan sensorn och den enhet där den uppmätta temperaturen presenteras. Om man gör en korrekt installation blir detta fel mycket litet. Den andra gruppen av felkällor orsakas av sensorns värmetekniska konstruktion och dess placering i förhållande till det som man vill mäta. Här är det synnerligen viktigt att man hela tiden tänker på att **en sensor endast mäter sin egen temperatur**. Om det är sensorns temperatur som man vill mäta så blir det naturligtvis inget mätfel. I de flesta fall vill man dock mäta en helt annan temperatur än sensortemperaturen och det är då som det normalt uppstår mätfel.

I vår artikelserie om värmeöverföring för mättekniker behandlas de vanligaste värmeproblemen vid temperaturmätning. Alla artiklarna finns nu samlade på Pentronics hemsida [www.pentronic.se](http://www.pentronic.se)

På hemsidan hittar man också Temperaturhandboken. I StoPextras Frågespalt kommer vi att besvara läsarnas frågor inom bland annat området värmeöverföring.



*Med moderna mätkedjor kommer konstruktionen och appliceringen av sensorn att utgöra den väsentliga delen av mätosäkerheten.*

### Litteratur

För intresserade läsare finns ett rikt utbud av böcker om värmeöverföring. Litteraturen är huvudsakligen skriven på engelska, men i sammanställningen här kommenteras främst böcker på svenska. Ett ständigt återkommande problem är att hitta värmetekniska data för fluider och väggmaterial. Så länge man håller sig till luft, vatten och de vanligaste konstruktionsmaterialen är det inga större problem. Aktuella fysikaliska data hittar man i de flesta tabeller, böcker och handböcker som behandlar värmeteknik. Uppgifter om ovanliga fluider och material kan man ofta hitta i kemilitteraturen.

**AGA Gashandbok.** Red. K Ahlberg, AGA AB, Lidingö 1982, behandlar utförligt de industriellt mest använda gaserna. I ett inledande kapitel ges allmän information om gasers termodynamiska och värmetekniska egenskaper. För de olika gaserna anges bland annat egenskaper, användningsområden och hälsorisker. De värmetekniska egenskaperna ges som funktion av tryck och temperatur.

**Data och diagram - Energi- och kemitekniska tabeller.** S-E Mörtstedt & G Hellsten, Liber, Stockholm 1999 (Upplaga 7).

Boken innehåller fysikaliska data för olika material. Utförliga värmetekniska tabeller och

diagram finns för vatten, vattenånga och olika kylmedia. Vidare ingår en kortfattad formelsamling, som behandlar termodynamik, strömningslära och värmeöverföring.

**Energiteknik.** H Alvarez, Studentlitteratur, Lund 1990 (Nytryck 1999).

Boken är en omfattande lärobok som behandlar olika delar av energitekniken. En av dessa delar är grundläggande värmeöverföring. Avsnittet kompletteras med några vanliga värmetekniska tillämpningsområden, exempelvis värmeväxlare och pannor. Boken innehåller många lösta exempel.

**Handbook of Chemistry and Physics.** CRC Press, Florida (Senaste upplagan).

Handboken är mycket omfattande ("stor tegelsten") och innehåller detaljerad information om de flesta ingenjörsmässigt intressanta gaser, vätskor och fasta ämnen. Trots bokens omfattning är det lätt att hitta de sökta uppgifterna med hjälp av registret. Om man mot förmodan inte hittar de värmetekniska data som man söker, så kan man utnyttja någon av de många hänvisningarna till speciallitteraturen.

**Heat transfer.** J P Holman, McGraw Hill, New York 1997 (Upplaga 8).

Denna bok behandlar grundläggande och tillämpad värmeöverföring och den är en kombination av lärobok och ingenjörshandbok. Avsnitten innehåller ett stort antal exempel från olika industriella tillämpningsområden. I boken finns gott om referenser till tidskrifter och andra böcker om värmeöverföring. Tabeller med värmetekniska data för ett antal vanliga gaser, vätskor och konstruktionsmaterial ingår.

**Karlebo handbok.** Red. Eva Bonde-Wiiburg, Liber, Stockholm 2000 (Upplaga 15 utkommer under hösten 2000)

Kapitel 4 i handboken handlar om värmeteknik och här behandlas bland annat grundläggande värmeöverföring. De vanligaste sambanden presenteras och kommenteras. I ett antal tabeller visas värmetekniska data för ett flertal ingenjörsmässigt intressanta gaser, vätskor och fasta material.

*Har du frågor eller synpunkter på Dan Lloyds artikelserie kan du nå honom på e-post:*

[danblo@ikp.liu.se](mailto:danblo@ikp.liu.se)